

Katolima liebt Toblerone, oder:

Ungleichungen

Katolima liebt Toblerone. Julia fragt Katolima:
Kannst du 1 Toblerone essen, ohne dass dir schlecht
wird? JA!

2 Toblerone? JA

3 Toblerone? JA

4 Toblerone? NEIN

Katolima kann bis zu 3 Toblerone essen, ohne
dass ihr schlecht wird.

Mathematische Formulierung: Ungleichung

x ... Toblerone

kleiner
 $x < 4$ oder kleiner gleich
 $x \leq 3$

Antwort = Lösungsmenge:

$\mathbb{L} = \{0; 1; 2; 3; \}$... aufzählendes Verfahren

oder: $\mathbb{L} = \{x \in \mathbb{N} \mid x \leq 3\}$... beschreibendes Verfahren

Was ist eine Ungleichung?

Lineare Gleichungen („normale“) haben eine Lösung.
Ungleichungen geben einen Bereich (Grenzen) an,
in den die Lösung ist. Daher haben Ungleichungen
mehere Lösungen.

Definition Gleichung: $\text{Term}_1 = \text{Term}_2$
Ungleichung: $\text{Term}_1 \neq \text{Term}_2$

Beispiele:

Wie viele 250 ml Gläser kann ich mit 3 l Limonade
füllen?

$$x \dots \text{Gläser}$$
$$250 \cdot x < 3000$$

Wie viele Tage komme ich mit 30 € Taschengeld
aus, wenn ich jeden Tag 4 € ausgeben?

$$x \dots \text{Tage}$$
$$4x < 30$$

Relationszeichen

Gleichung = ... Gleichheitszeichen

Ungleichung < ... kleiner

\leq ... kleiner oder gleich

> ... größer

\geq ... größer oder gleich

\neq ... ungleich



Lösen von Ungleichungen

$$x - 2 < 5 \quad | +2 \dots \text{Äquivalenzumformung}$$

$$\underline{\underline{x < 7}}$$

$$G = \mathbb{N} \quad \mathbb{L} = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6\} \dots \text{aufzählendes Vorgehen}$$

$$\mathbb{L} = \{x \in \mathbb{N} \mid x < 7\} \dots \text{beschreibendes Vorgehen}$$



$$G = \mathbb{R} \quad \mathbb{L} = \{x \in \mathbb{R} \mid x < 7\}$$



Grundsätzlich gelten beim Lösen von Ungleichungen die gleichen Regeln wie bei Gleichungen, außer:

$$\text{z. B. } -x < -3 \quad \mathbb{L} = \{4; 5; 6; \dots\} \quad \text{z. B. } x = 4: -4 < -3$$

w. A.

$$-x < -3 \quad | \cdot (-1) \dots \text{Vorzeichenwechsel}$$

$$x < 3 \quad \mathbb{L} = \{1; 2\}$$

\rightarrow andere Lösungsmenge! z. B. $x = 4: 4 < 3$ \neq

$$\text{Daher gilt: } -x < -3 \quad | \cdot (-1)$$

$$x > 3 \dots \text{Relationszeichen dreht sich!}$$

$$\mathbb{L} = \{4; 5; 6; \dots\} \quad \text{z. B. } x = 4: 4 > 3$$

w. A.

Es gilt bei Ungleichungen:

Bei Ungleichungen dreht sich bei der Multiplikation und Division mit negativen Zahlen/ Variablen das Relationszeichen!

Tafelbild 5

MA4-121-TB5

Beispiele: Arbeitsbuch S. 95

$$\begin{aligned} \text{Nr. 428 b)} \quad a+8 > 2 \quad | -8 & \quad \mathbb{L} = \{a \mid a > -6\} \\ \underline{a} > -6 & \quad \mathbb{L} = \{a \in \mathbb{R} \mid a > -6\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{d)} \quad 34 - y < 21 \quad | -34 & \\ -y < -13 \quad | \cdot (-1) & \\ \underline{y} > 13 & \quad \mathbb{L} = \{y \in \mathbb{R} \mid y > 13\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Nr. 429 a)} \quad 3x - 7 > x + 3 \quad | -x & \\ 2x - 7 > 3 \quad | +7 & \\ 2x > 10 \quad | : 2 & \\ \underline{x} > 5 & \quad \mathbb{L} = \{x \in \mathbb{R} \mid x > 5\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{d)} \quad 74 - 20b &\geq 20 - 2b \quad | +2b \\ 74 - 18b &\geq 20 \quad | -74 \\ -18b &\geq -54 \quad | : (-18) \\ \underline{b} &\leq 3 \quad \mathbb{L} = \{b \in \mathbb{R} \mid b \leq 3\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Nr. 430 a)} \quad \frac{3}{4}x - 5,25 &< 6 \frac{3}{4} \\ \frac{3}{4}x - \frac{21}{4} &< \frac{27}{4} \quad | \cdot 4 \\ 3x - 21 &< 27 \quad | +21 \\ 3x &< 48 \quad | : 3 \\ \underline{x} &< 16 \quad \mathbb{L} = \{x \in \mathbb{R} \mid x < 16\} \end{aligned}$$