

Gleichungen mit Bruchtermen:

Bruchgleichungen

$$\frac{4}{x+1} = 2 \quad \dots \text{Definitionsmenge bestimmen}$$

$$D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$$

$$\frac{4}{x+1} = 2 \quad \dots \text{gemeinsamer Nenner}$$

→ Hauptnenner HN:  $(x+1)$

$$\frac{4}{x+1} = 2 \quad | \cdot (x+1) \quad \dots \text{GL mit HN multiplizieren}$$

→ GL wird bruchfrei

$$\frac{4 \cancel{(x+1)}}{\cancel{x+1}} = 2(x+1) \quad \dots \text{beide Seiten der GL mit HN multiplizieren!}$$

$$4 = 2(x+1) \quad \dots \text{vereinfachen}$$

$$4 = 2x + 2 \quad | -2 \quad \dots \text{nach } x \text{ auflösen/} x \text{ freistellen}$$

$$2 = 2x \quad | :2$$

$$1 = x$$

$$\underline{x = 1}$$

$$\underline{L = \{1\}}$$

Abschluss: Kontrolle  $L$  mit Definitionsmenge  $D$

Beispiel mit mehreren Brüchen

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} = \frac{2}{x} \quad \dots \text{gemeinsamer Nenner HN: } x^2$$

$$\mathbb{D} = \mathbb{R} \setminus \{0\}$$

$$\frac{x+1}{x^2} = \frac{2x}{x^2} \quad | \cdot x^2 \quad \dots \text{mit HN multiplizieren}$$

$\rightarrow$  Brüche machen!

$$x+1 = 2x \quad | -x$$

$$1 = x$$

$$\underline{x = 1}$$

$$\underline{\underline{\mathbb{L} = \{1\}}}$$

Beispiel mit unpolynomreichem Nenner

$$\frac{7x-1}{x} - \frac{3x}{x+3} = 4$$

$$\text{HN: } x(x+3)$$

$$\mathbb{D} = \mathbb{R} \setminus \{0, -3\}$$

$$\frac{7x-1}{x} - \frac{3x}{x+3} = 4 \quad | \cdot x(x+3) \dots \text{mit HN multipl.}$$

$$(7x-1) \cdot (x+3) - 3x^2 = 4x(x+3) \dots \text{vereinfachen}$$

$$7x^2 + 21x - x - 3 - 3x^2 = 4x^2 + 12x \dots \text{zusammenfassen}$$

$$4x^2 + 20x - 3 = 4x^2 + 12x \quad | -4x^2$$

$\dots$  nach  $x$  auflösen /  $x$  herstellen

$$20x - 3 = 12x \quad | -12x$$

$$8x - 3 = 0 \quad | +3$$

$$8x = 3 \quad | :8$$

$$x = \frac{3}{8}$$

$$\underline{\underline{\mathbb{L} = \left\{ \frac{3}{8} \right\}}}$$

## Tafelbild 4

MA4-82-TB4

Beispiel 2:

$$\frac{5}{x-1} + \frac{3}{x-2} = \frac{5}{x-2} \quad | \cdot (x-1)(x-2) \text{ HN: } (x-1)(x-2)$$

$$\mathbb{D} = \mathbb{R} \setminus \{1; 2\}$$

$$5(x-2) + 3(x-1) = 5(x-1)$$

$$5x - 10 + 3x - 3 = 5x - 5$$

$$8x - 13 = 5x - 5 \quad | -5x$$

$$3x - 13 = -5 \quad | +13$$

$$3x = 8 \quad | :3$$

$$\underline{x = \frac{8}{3}}$$

$$\underline{\underline{\mathbb{L} = \left\{ \frac{8}{3} \right\}}}$$

Beispiel 3 mit leerer Menge  $\mathbb{L} = \{\}$   $\rightarrow$  Scheinlösung

$$\frac{x-6}{x^2-x} - \frac{5}{x} = -\frac{5}{x-1} \quad | \cdot x(x-1) \quad \text{HN: } x(x-1)$$

$$\mathbb{D} = \mathbb{R} \setminus \{0; 1\}$$

$$x-6-5(x-1) = -5x$$

$$x-6-5x+5 = -5x$$

$$-4x-1 = -5x \quad | +5x$$

$$x-1 = 0 \quad | +1$$

$$\underline{x = 1}$$

$\uparrow$

Achtung: Scheinlösung  
1 nicht in  $\mathbb{D}$

somit:  $\mathbb{L} = \{\}$